# Pengembangan dan Aplikasi Simulator Reservoir Untuk Simulasi Perkolasi Gas pada Reservoir Bertenaga Dorong Gas Terlarut

#### Oleh : Usman

Peneliti Muda pada Pusat Penelitian dan Pengembangan Teknologi Minyak dan Gas Bumi "LEMIGAS"

Jl. Ciledug Raya Kav. 109, Cipulir, Kebayoran Lama, Jakarta Selatan 12230, Indonesia

Tromol Pos : 6022/KBYB-Jakarta 12120, Telepon : 62-21-7394422, 62-21-7222978, Faksimile : 62-21-7246150, 62-21-7222978 e-mail: upasarai@lemigas.esdm.go.id

Teregistrasi I Tanggal 6 Desember 2010; Diterima setelah perbaikan tanggal 17 Desember 2010 Disetujui terbit tanggal: 31 Desember 2010

## SARI

Pada tahap awal deplesi reservoir akan terjadi penurunan tekanan di bagian bawah kolom minyak secara progresf hingga lebih rendah dari tekanan titik didih. Jika produksi terus berlanjut akan menghasilkan evolusi gas terlarut sepanjang kolom minyak. Gas ini kemudian menerobos menuju bagian atas reservoir karena perbedaan densitas minyak dan gas. Fenomena ini dikenal sebagai perkolasi gas. Dengan viskositas gas yang rendah, laju alir perkolasi gas ini ke kolom atas akan menjadi sangat besar. Perkolasi gas pada *finite difference* simulasi reservoir bertenaga dorong gas terlarut dengan sejumlah grid arah vertikal dapat menyebabkan hasil perhitungan numerik saturasi gas negatif diakhir *time step*. Hal ini disebabkan karena gas yang keluar dari grid tersebut lebih besar dari akumulasi gas yang ada dalam grid.

Dalam penelitian ini telah dikembangkan simulator reservoir untuk simulasi perkolasi gas pada reservoir bertenaga dorong gas terlarut. Validasi simulator yang dikembangkan dilakukan dengan membandingkan hasil simulasi reservoir homogen dua fasa minyak dan gas pada sistem tiga dimensi. Stabilitas numerik simulator yang dikembangkan telah diuji dengan melakukan beberapa simulasi untuk investigasi pengaruh laju aliran produksi minyak terhadap perbandingan produksi gas dan minyak.

Kata kunci: simulator reservoir, finite difference, perkolasi gas, tenaga dorong gas terlarut

#### ABSTRACT

During the early stage of reservoir depletion, pressure falls below bubble point in progressively lower regions of the oil column. Continuing production results in evolution of dissolved gas throughout the oil column. This gas then percolates upwards toward the top of the reservoir due to the difference in oil and gas densities. Since the gas viscosity is low, the upward flow rate of gas is often high enough. The gas percolation problem in finite difference simulation of solution gas drive reservoirs with a number of grids in the vertical direction results numerically calculated negative gas saturation at the end of the time step. This is caused by the fact that more gas may flow out of the grid than actually accumulated in that grid.

A reservoir simulator for gas percolation problem occurs in simulation of solution gas drive reservoirs was developed in this research. The developed simulator is validated by comparing the simulation results of three-dimensional, two-phase oil and gas flows in homogeneous reservoir. Numerical stability of developed simulator was tested through simulation runs to investigate the effect of oil production rate on the gas oil ratio

Key words: reservoir simulator, finite difference, gas percolation, solution gas drive

### I. PENDAHULUAN

Simulator reservoir tersusun atas program-program komputer, dikembangkan untuk menyelesaikan persamaan-persamaan diferensial dengan suatu kondisi awal dan kondisi batas tertentu. Persamaanpersamaan tersebut representasi dari proses fisik sistem hidrokarbon dalam media berpori. Jumlah dan jenis persamaan yang diselesaikan fungsi dari karakteristik geologi reservoir, karakteristik hidrokarbon, dan proses perolehan (*recovery*) hidrokarbon yang ingin dimodelkan.

Salah satu proses fisik yang terjadi pada perolehan minyak dengan tenaga dorong gas terlarut adalah perkolasi gas. Proses ini terjadi pada simulasi reservoar minyak dimana sumur produksi dikomplesi hingga mendekati dasar kolom minyak, tanpa ada injeksi gas atau air untuk mempertahankan tekanan reservoir. Ketika minyak diproduksi, tekanan dalam grid sumur akan berkurang, gas terlarut lepas dan mengisi volume minyak terproduksi. Gas dalam grid tersebut pada awalnya akan lebih rendah dari saturasi gas kritikal sehingga tidak terjadi aliran. Seiring dengan produksi, akumulasi gas ini menjadi lebih besar saturasi gas kritikal dan fase gas mulai mengalir. Karena perbedaan densitas minyak dan gas yang besar, maka ada efek gravitasi yang cukup besar sehingga gas merembes ke atas melalui grid-grid berisi kolom minyak. Viskositas gas yang rendah bila dibandingkan viskositas minyak juga menambah mobilitas aliran gas, walaupun permeabilitas relatif gas rendah. Jika time step cukup besar, laju alir gas vang besar ini akan menghabiskan gas dalam grid tersebut dan menyebabkan gas yang mengalir keluar dari grid dapat lebih besar dari yang ada. Konsekuensinya adalah saturasi minyak akan lebih besar dari 100%. Fenomena ini menyebabkan ketidakstabilan numerik dalam simulasi reservoir.

Penelitian ini bertujuan mengembangkan simulator reservoir dengan tenaga dorong gas terlarut yang stabil secara numerik. Model matematis adalah *black oil model*. Aliran multi fase sistem hidrokarbon dalam model ini diasumsi terdiri atas dua komponen yaitu *nonvolatile* komponen (*black oil*), *volatile* komponen (gas) yang dapat larut dalam fasa minyak. Model persamaan diferensial diturunkan dari kombinasi hukum konservasi massa dan persamaan *Darcy*. Hasil pemodelan ini telah diimplementasikan ke dalam program komputer menggunakan FOR-TRAN dan telah divalidasi dengan komersial simulator.

### **II. PERSAMAAN ALIRAN**

Bagian ini menjelaskan persamaan aliran minyak dan gas dalam media berpori. Sistem hidrokarbon terdiri dari dua fase, dua komponen yaitu minyak dan gas. Komponen gas dimungkinkan larut dalam fase minyak. Aliran isotermal, tidak ada reaksi, adsorpsi/ desorpsi, dan difusi fisik. Hukum kekekalan massa untuk aliran komponen i dalam media berpori dengan kontrol volume V (Gambar 1) adalah,

[aliran masuk - aliran keluar]+[sink/source]=[akumulasi]
(1)

Elaborasi masing-masing unsur, misal untuk arah x adalah,

$$[\text{aliran masuk - aliran keluar}] = \left(\overline{m}_x\Big|_x - \overline{m}_x\Big|_{x+\Delta x}\right) A\Delta t$$
(2)

$$[\text{akumulasi}] = \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi \Delta V)\right] \Delta t$$
(3)

$$[sink/sourc e] = \tilde{q} \Delta V \Delta t$$
(4)

Dimana  $\overline{m}_x$  adalah laju alir massa per satuan luas per satuan waktu dan  $\tilde{q}_x$  adalah massa per sat an volume per satuan waktu. Bila persamaan (2) hingga (4) dimasukan ke dalam persamaan (1) kemudian dibagi dengan  $\Delta V \Delta t = A \Delta x \Delta t$  maka dperoleh persamaan konservasi komponen i sebagai berikut:

$$\frac{\left(\overline{m}_{x}\right|_{x}-\frac{1}{m_{x}}\right)_{x+\Delta x}}{\Delta x}+\widetilde{q}=\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)$$
(5)

Persamaan (5) mengasilkan persamaan berikut bila  $\Delta x \rightarrow 0$  dan  $\overline{m}_x = \rho u_x$ ,

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x) + \widetilde{q} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi)$$
(6)

Persamaan (6) dapat dengan mudah

dikembangkan untuk sistem dua atau tiga dimensi (2D atau 3D). Untuk sistem 3D,

$$-\nabla(\rho u_x) + \tilde{q} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi); \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$
(7)

Untuk menurunkan model aliran komponen minyak dan gas, diperlukan hubungan antara kondisi reservoir dan kondisi standar masing-masing komponen seperti ditunjukkan dalam Gambar 2.

Densitas fase masing-masing komponen pada kondisi standar adalah,

$$\rho_g^s = \frac{m_{gg}}{V_{gg}^s} = \frac{m_{go}}{V_{go}^s}; \qquad \rho_o^s = \frac{m_o}{V_o^s}; \qquad \rho_w^s = \frac{m_w}{V_w^s}$$
(8)

Pada kondisi reservoir, kita mempunyai hubungan sebagai berikut,

$$\rho_{g} = \frac{m_{gg}}{V_{g}} = \frac{m_{gg}}{B_{g} * V_{gg}^{s}} = \frac{\rho_{g}^{s}}{B_{g}}$$
(9a)

$$\rho_{o} = \frac{m_{o} + m_{go}}{V_{o}} = \frac{\rho_{o}^{s} * V_{o}^{s} + \rho_{g}^{s} * V_{go}^{s}}{V_{o}} = \frac{\rho_{o}^{s} * V_{o}^{s} + \rho_{g}^{s} * R_{s} * V_{o}^{s}}{V_{o}} = \frac{\rho_{o}^{s} + \rho_{g}^{s} R_{s}}{B_{o}}$$
(9b)

$$\rho_{w} = \frac{m_{w}}{V_{w}} = \frac{m_{w}}{B_{w} * V_{w}^{s}} = \frac{\rho_{w}^{s}}{B_{w}}$$
(9c)

Kembali ke persamaan (7), persamaan konservasi massa untuk komponen i adalah,

$$-\nabla \hat{\overline{m}}_{i} + \tilde{q}_{i} = \frac{\partial}{\partial t} m_{i}$$
(10)

Untuk komponen minyak,  $\hat{\overline{m}}_o$  dan  $m_o$  didefinisikan sebagai berikut,

$$\hat{\overline{m}}_{o} = \rho_{o}^{s} \frac{1}{B_{o}} u_{o} \tag{11a}$$

$$\hat{\overline{m}}_o = \rho_o^s \frac{1}{B_o} \phi S_o \tag{11b}$$



VOL. 44. NO. 3, DESEIVIDER 2010: 203 - 212







Analog untuk komponen gas yang terdiri dari tudung gas bebas dan gas terlarut,

$$\hat{\overline{m}}_{g} = \rho_{g}^{s} \frac{1}{B_{g}} u_{g} + \rho_{g}^{s} \frac{R_{s}}{B_{o}} u_{o}$$
(12a)

$$m_g = \rho_g^s \frac{1}{B_g} \phi S_g + \rho_g^s \frac{R_s}{B_o} \phi S_o$$
(12b)

Kita telah mendefinisikan massa minyak dan gas menggunakan kondisi reservoir dan standar. Selanjutnya, subtitusi persamaan (11) dan (12) kedalam persamaan (10) persamaan aliran minyak dan gas sebagai berikut,

$$-\nabla \cdot \frac{1}{B_o} u_o + q_o = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{B_o} \phi S_o \right) \tag{1}$$

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{B_g}u_g + \frac{R_s}{B_o}u_o\right) + q_{fg} + R_s q_o = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{1}{B_g}S_g + \frac{R_s}{B_o}S_o\right)\right]$$
(14)

di mana  $\tilde{q}_o = q_o \rho_o^s$  dan . Kecepatan

ditentukan berdasarkan hukum Darcy,

$$u_i = -\frac{kk_{ri}}{\mu_i} \left( \nabla p_i - \gamma_i \nabla Z \right) \tag{15}$$

Dengan mensubtitusi persamaan (15) kedalam persamaan (13) dan (14), diperoleh bentuka akhir persamaan aliran minyak dan gas sebagai berikut,

$$\nabla \left[\lambda_o \left(\nabla P_o - \gamma_o \nabla Z\right)\right] + q_o = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{B_o} \phi S_o\right)$$
(16)

$$\nabla \left[\lambda_{g}\left(\nabla p_{g} - \gamma_{g}\nabla Z\right) + R_{s}\lambda_{o}\left(\nabla p_{o} - \gamma_{o}\nabla Z\right)\right] + q_{fg} + R_{s}q_{o} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\phi\left(\frac{1}{B_{g}}S_{g} + \frac{R_{s}}{B_{o}}S_{o}\right)\right]$$
(17)

dengan 
$$\lambda_o = \frac{kk_{ro}}{B_o\mu_o}$$
 dan  $\lambda_g = \frac{kk_{rg}}{B_g\mu_g}$ 

#### III.DISKRITISASI PERSAMAAN

Persamaan differensial (16) dan (17) akan diselesaikan dengan metode numerik. Bentuk diskretisasi untuk transmissibilitas dalam sistem grid persegi menggunakan metode *finite difference* adalah,

$$\nabla . [\lambda_{o} (\nabla p_{o} - \gamma_{o} \nabla Z)]$$

$$= TX_{oi-\frac{1}{2}} p_{i-1} - (TX_{oi-\frac{1}{2}} + TX_{oi+\frac{1}{2}}) p_{i} + TX_{oi+\frac{1}{2}} p_{i+1}$$

$$+ TY_{oj-\frac{1}{2}} p_{j-1} - (TY_{oj-\frac{1}{2}} + TY_{oj+\frac{1}{2}}) p_{j} + TY_{oj+\frac{1}{2}} p_{j+1}$$

$$+ TZ_{ok-\frac{1}{2}} p_{k-1} - (TZ_{ok-\frac{1}{2}} + TZ_{ok+\frac{1}{2}}) p_{k} + TY_{ok+\frac{1}{2}} p_{k+1}$$

$$+ TZ_{ok+\frac{1}{2}} \gamma_{ok+\frac{1}{2}} (Z_{k+1} - Z_{k}) - TZ_{ok-\frac{1}{2}} \gamma_{ok-\frac{1}{2}} (Z_{k} - Z_{k-1})$$

$$(18)$$

Transmissibilitas interblok misal untuk arah-x didefinisikan sebagai,

Sufix  $(i, j, k) \pm 1/2$  adalah nilai ratarata antara dua grid. Permeabilitas ratarata misal arah-x dihitung secara harmonik,

$$k_{i+\frac{1}{2}} = \frac{(k_i k_{i+1}) (\Delta x_i + \Delta x_{i+1})}{k_{i+1} \Delta x_i + k_i \Delta x_{i+1}}$$
(20)

Permeabilitas relatif fase ditentukan berdasarkan *upstream weighting*,

$$\begin{array}{l} \text{if flow } i \text{ to } i+1 \colon k_{rji+\frac{1}{2}} = k_{rji} \\ \text{if flow } i+1 \text{ to } i \colon k_{rji+\frac{1}{2}} = k_{rji+1} \end{array} ; j=0,g \\ \end{array}$$

(21)

Nilai rata-rata viskositas dan faktor formasi ditentukan berdasarkan tekanan rata-rata,

$$\left(\mu_{j}B_{j}\right)_{i+\frac{1}{2}}=\mu_{j}\left(p_{avg}\right)B_{j}\left(p_{avg}\right) \qquad (22)$$

di mana :

$$p_{avg} = \frac{V_{bi} p_i + V_{bi+1} p_{i+1}}{V_{bi} + V_{bi+1}}$$
(23)

Bentuk diskretisasi dalam domain waktu untuk komponen akumulasi setelah dikali volume grid blok dinyatakan sebagai berikut,

$$V_{b} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_{o}}{B_{o}} \right) = \frac{V_{b}}{\Delta t} \left[ \left( \frac{\phi S_{o}}{B_{o}} \right)^{n+1} - \left( \frac{\phi S_{o}}{B_{o}} \right)^{n} \right]$$
(24)

Bentuk diskretisasi persamaan (16) dan (17) dalam persamaan residual masing-masing fase pada setiap grid blok menjadi,

$$\begin{aligned} F_{oijk} \\ &= TX_{oi-\frac{1}{2}}P_{i-1} - \left(TX_{oi-\frac{1}{2}} + TX_{oi+\frac{1}{2}}\right)P_i + TX_{oi+\frac{1}{2}}P_{i+1} \\ &+ TY_{oj-\frac{1}{2}}P_{j-1} - \left(TY_{oj-\frac{1}{2}} + TY_{oj+\frac{1}{2}}\right)P_j + TY_{oj+\frac{1}{2}}P_{j+1} \\ &+ TZ_{ok-\frac{1}{2}}P_{k-1} - \left(TZ_{ok-\frac{1}{2}} + TZ_{ok+\frac{1}{2}}\right)P_k + TZ_{ok+\frac{1}{2}}P_{k+1} \\ &+ TZ_{ok+\frac{1}{2}}\gamma_{ok+\frac{1}{2}}\left(Z_{k+1} - Z_k\right) - TZ_{ok-\frac{1}{2}}\gamma_{ok-\frac{1}{2}}\left(Z_k - Z_{k-1}\right) \\ &+ V_{bijk}q_{oijk} - \frac{V_{bijk}}{\Delta t}\left[\left(\frac{\phi S_o}{B_o}\right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_o}{B_o}\right)^n\right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{gijk} &= R_{s} \Big[ TX_{oi-\frac{1}{2}} P_{i-1} - \Big( TX_{oi-\frac{1}{2}} + TX_{oi+\frac{1}{2}} \Big) P_{i} + TX_{oi+\frac{1}{2}} P_{i+1} \\ &+ TY_{oj-\frac{1}{2}} P_{j-1} - \Big( TY_{oj-\frac{1}{2}} + TY_{oj+\frac{1}{2}} \Big) P_{j} + TY_{oj+\frac{1}{2}} P_{j+1} \\ &+ TZ_{ok-\frac{1}{2}} P_{k-1} - \Big( TZ_{ok-\frac{1}{2}} + TZ_{ok+\frac{1}{2}} \Big) P_{k} + TZ_{ok+\frac{1}{2}} P_{k+1} \\ &+ TZ_{ok+\frac{1}{2}} \gamma_{ok+\frac{1}{2}} \Big( Z_{k+1} - Z_{k} \Big) - TZ_{ok-\frac{1}{2}} \gamma_{ok-\frac{1}{2}} \Big( Z_{k} - Z_{k-1} \Big) \Big] \\ &+ TX_{gi-\frac{1}{2}} P_{i-1} - \Big( TX_{gi-\frac{1}{2}} + TX_{gi+\frac{1}{2}} \Big) P_{i} + TX_{gi+\frac{1}{2}} P_{i+1} \\ &+ TY_{gj-\frac{1}{2}} P_{j-1} - \Big( TY_{gj-\frac{1}{2}} + TY_{gj+\frac{1}{2}} \Big) P_{j} + TY_{gj+\frac{1}{2}} P_{j+1} \\ &+ TZ_{gk-\frac{1}{2}} P_{k-1} - \Big( TZ_{gk-\frac{1}{2}} + TZ_{gk+\frac{1}{2}} \Big) P_{k} + TZ_{gk+\frac{1}{2}} P_{k+1} \\ &+ TZ_{gk+\frac{1}{2}} \gamma_{gk+\frac{1}{2}} \Big( Z_{k+1} - Z_{k} \Big) - TZ_{gk-\frac{1}{2}} \gamma_{gk-\frac{1}{2}} \Big( Z_{k} - Z_{k-1} \Big) \\ &+ V_{bijk} q_{gijk} + R_{s} V_{bijk} q_{oijk} - \frac{V_{bijk}}{\Delta t} \left[ \left( \frac{\phi S_{g}}{B_{g}} + R_{s} \frac{\phi S_{o}}{B_{o}} \right)^{n+1} - \left( \frac{\phi S_{g}}{B_{g}} + R_{s} \frac{\phi S_{o}}{B_{o}} \right)^{n} \right] = 0 \end{aligned}$$

IV. TEKNIK PENYELESAIAN PERSAMAAN

Persamaan (25) dan (26) dinyatakan dalam bentuk residual pada iterasi (k+1) adalah,

$$F_{oijk} = \Delta_x \left( TX_o \Delta_x p_o \right)_{ijk}^{n+1} + \Delta_y \left( TY_o \Delta_y p_o \right)_{ijk}^{n+1} + \Delta_z \left( TZ_o \Delta_z p_o - TZ_o \gamma_o \nabla Z \right)_{ijk}^{n+1} + V_{bijk} q_{oijk} - \frac{V_{bijk}}{\Delta t} \left[ \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right)^{n+1} - \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right)^n \right] = 0$$
(27)

$$F_{gijk} = \Delta_{x} \left( TX_{g} \Delta_{x} p_{g} \right)_{ijk}^{n+1} + \Delta_{y} \left( TY_{g} \Delta_{y} p_{g} \right)_{ijk}^{n+1} + \Delta_{z} \left( TZ_{g} \Delta_{z} p_{g} - TZ_{g} \gamma_{g} \nabla Z \right)_{ijk}^{n+1} + R_{s} \left[ \Delta_{x} \left( TX_{o} \Delta_{x} p_{o} \right)_{ijk}^{n+1} + \Delta_{y} \left( TY_{o} \Delta_{y} p_{o} \right)_{ijk}^{n+1} + \Delta_{z} \left( TZ_{o} \Delta_{z} p_{o} - TZ_{o} \gamma_{o} \nabla Z \right)_{ijk}^{n+1} \right] + V_{bijk} \left( R_{s} q_{oijk} + q_{gijk} \right) - \frac{V_{bijk}}{\Delta t} \left[ \phi \left( R_{s} \frac{S_{o}}{B_{o}} + \frac{S_{g}}{B_{g}} \right)^{n+1} - \phi \left( R_{s} \frac{S_{o}}{B_{o}} + \frac{S_{g}}{B_{g}} \right)^{n} \right] = 0$$

$$(28)$$

Bila domain aliran didiskretisasi kedalam N-grid blok, maka persamaan (27) dan (28) merepresentasikan suatu sistem dengan 2N persamaan aljabar non-linear. Sistem persemaan tersebut akan diselesaikan secara numerik menggunakan metode *fully implicit* untuk menjamin solusi yang stabil. Dengan asumsi pertukaran massa antarfase dan tekanan kapiler diabaikan, maka variabel utama yang akan ditentukan pada setiap iterasi waktu adalah saturasi minyak dan tekanan. Sistem persamaan non-linear tersebut dilinearisasi menggunakan metode Newton-Raphson untuk pemutakhiran variabel saturasi minyak dan tekanan. Bila variabel utama pada tiap grid blok dinyatakan dengan X, maka persamaan (27) dan (28) dapat ditulis menjadi,

(25)

(26)

$$F(X) = 0 \tag{29}$$

Metode Newton-Raphson memerlukan evaluasi F(X) dan F'(X) pada setiap nilai X melalui proses iterasi sehingga diperoleh harga X yang menghasilkan  $F(X) \approx 0$ (Gambar 3). Metode ini dapat diaplikasikan untuk sistem multi-dimensi. Secara aljabar, metode ini diturunkan dari ekspansi Taylor series suatu fungsi di titik yang berdekatan,

$$f(x+\delta) \approx f(x) + f'(x)\delta + \frac{f''(x)}{2}\delta^2 + \dots$$
(30)

Untuk harga yang kecil, komponen setelah linear dapat diabaikan sehingga  $f(x+\delta)=0$  menyebabkan,

$$\delta = -\frac{f(x)}{f(x)} \tag{31}$$

Jadi, formula iterasi secara umum untuk metode ini adalah,

$$x^{k+1} = x^{k} - \frac{f(x^{k})}{f'(x^{k})}$$
(32)

Persamaan (29) bila dinyatakan dengan menggunakan persamaan (32) akan menghasilkan sistem persamaan matriks linear,

$$\left(\frac{\partial F(X)}{\partial X}\right)^{k} \left(X^{k+1} - X^{k}\right) = -F\left(X^{k}\right)$$
(33)

Persamaan (33) merupakan sistem 2N persamaan liniear dan dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta X_1 \\ \delta X_2 \\ \mathbf{M} \\ \delta X_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \mathbf{M} \\ F_n \end{bmatrix}$$
(34)

di mana [J]adalah matriks Jacobian,  $[\partial X]$  adalah perubahan variabel utama pada setiap grid blok dari iterasi sebelumnya, dan adalah residual dari persamaan aliran minyak dan gas pada setiap grid blok. Persamaan matriks ini diselesaikan dengan *gband solver*.

Dalam sistem 3D yang digambarkan oleh koordinat x, y, z, penamaan diskrit poin tampak pada Gambar 4. Matriks Jacobian pada setiap diskrit poin terdiri dari submatriks 2 2 dan merepresentasikan turunan derivatif fungsi residual, F(X), terhadap saturasi minyak dan tekanan.

Matriks Jacobian A dan B adalah,

$$B_{ijk} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial S_{oi-1jk}} & \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial p_{i-1jk}} \\ \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial S_{oi-1jk}} & \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial p_{i-1jk}} \end{bmatrix}; \quad C_{ijk} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial S_{oi+1jk}} & \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial p_{i+1jk}} \\ \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial S_{oi+1jk}} & \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial p_{i+1jk}} \end{bmatrix}$$

$$(35a)$$

$$D_{ijk} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial S_{oij-1k}} & \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial p_{ij-1k}} \\ \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial S_{oij-1k}} & \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial p_{ij-1k}} \end{bmatrix}; \quad E_{ijk} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial S_{oij+1k}} & \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial p_{ij+1k}} \\ \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial S_{oij+1k}} & \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial p_{ij+1k}} \end{bmatrix}$$

$$F_{ijk} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial S_{oijk-1}} & \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial p_{ijk-1}} \\ \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial S_{oijk-1}} & \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial p_{ijk-1}} \end{bmatrix}; \quad G_{ijk} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial S_{oijk+1}} & \frac{\partial F(trans)_{oijk}}{\partial p_{ijk+1}} \\ \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial S_{oijk+1}} & \frac{\partial F(trans)_{gijk}}{\partial p_{ijk+1}} \end{bmatrix}$$

$$(35c)$$

Poin A meliputi turunan derivatif persamaan reasidual untuk akumulasi dan sink/source. Jadi persamaan pada titik A dapat ditulis,

 $A = -B - C - D - E - F - G - (\sin k / source) + (accumulation)$ (36)



Gambar 3 Proses iterasi metode Newton-Raphson

Jacobian matriks untuk bagian akumulasi dan sink/source adalah,

$$Acc_{ijk} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(acc)_{oijk}}{\partial S_{o}^{v}} & \frac{\partial F(acc)_{oijk}}{\partial p^{v}} \\ \frac{\partial F(acc)_{gijk}}{\partial S_{o}^{v}} & \frac{\partial F(acc)_{gijk}}{\partial p^{v}} \end{bmatrix}$$

$$S/S_{ijk} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(s/s)_{oijk}}{\partial S_{o}^{v}} & \frac{\partial F(s/s)_{oijk}}{\partial p^{v}} \\ \frac{\partial F(s/s)_{gijk}}{\partial S_{o}^{v}} & \frac{\partial F(s/s)_{gijk}}{\partial p^{v}} \\ \frac{\partial F(s/s)_{gijk}}{\partial S_{o}^{v}} & \frac{\partial F(s/s)_{gijk}}{\partial p^{v}} \end{bmatrix}$$

$$(37)$$

Diagram alir simulator reservoir yang dikembangkan dalam penelitian ini ditampilkan pada Gambar 5. Algoritma ini telah dimplementasikan dalam FOR-TRAN 90. Berikut dibahas kemampuan simulator yang telah dikembangkan untuk simulasi perkolasi gas dalam domain 3D dan validasi terhadap komersial simulator.

(35b)

## V. SIMULASI PERKOLASI GAS

Model homogen 3D digunakan untuk validasi simulator yang dikembangkan dalam penelitian ini. Stabilitas simulator diuji melalui simulasi perkolasi gas pada berbagai laju alir minyak. Dimensi reservoir adalah 6000 ft dalam arah-x, 2700 ft dalam arah-y, dan 135 ft m dalam arah-z. Permeabilitas arah-x, -y, dan-z adalah 50 mD, 30 mD, dan 20 mD. Reservoar dibagi 5 x 3 x 5 sel grid. Sebuah sumur produksi ditempatkan pada sel (3, 2) dan diperforasi sepanjang ketebalan reservoir. Pada kondisi awal, reservoir tersaturasi dengan minyak 100%. Tekanan awal reservoir 2100 psi, sedikit di atas tekanan didih minyaknya yaitu 2000 psia . Data fluida, batuan, dan kondisi awal reservoar ditampilkan dalam Tabel 1. Sifat-sifat minyak dan gas sebagai fungsi tekanan ditampilkan dalam Tabel 2. Permeabilitas relatif minyak dan gas sebagai fungsi saturasi minyak ditunjukkan pada Gambar 6.

Gambar 7 menampilkan perbandingan tekanan blok grid sumur di lapisan atas yang dihitung dari simulator yang dikembangkan dalam penelitian ini dengan hasil yang diperoleh dari simulator komersial. Kedua hasil tersebut selaras hingga 1500 hari simulasi dan sedikit berbeda setelah 1500 hari sampai dengan 2000 hari, di mana hasil simulator komersial sedikit lebih besar. Pada kedua simulator, laju produksi minyak sampai dengan 1000 hari adalah 1000 barel per hari. Dari 1000 hingga 2000 hari, laju produksi minyak adalah 600 barel per hari. Ini adalah skenario *base case*. Kumulatif produksi minyak dan gas dengan skenario *base case* ditampilkan dalam Gambar 8.

Uji stabilitas simulator yang dikembangkan terhadap gas perkolasi dilakukan melalui simulasi pada berbagai skenario laju alir minyak seperti yang ditampilkan dalam Gambar 9. Kumulatif produksi

Tabel 1 Sifat fluida, batuan, dan kondisi awal res	ervoir
Tekanan didih reservoir, psi	2000
Porositas pada tekanan referensi, fraksi	0.15
Kompressibilitas batuan, 1/psi	0.3E-5
Tekanan referensi, psi	1750
Tekanan pada lapisan atas tengah, psi	2100
Saturasi minyak awal, fraksi	1.0
Densitas minyak,lb/cf	60
Densitas gas, lb/cf	0.05



Notasi matriks Jacobian pada sistem 3D



	-	-	-	-	
Tekanan [psi]	B <sub>o</sub> [bbl/stb]	μ <sub>ο</sub> [cp]	B <sub>g</sub> [bbl/stb]	μ <sub>g</sub> [cp]	R₅ [scf/stb]
14.7	1.001	1.993	0.204100	0.0101	4.900
400	1.040	1.800	0.007500	0.0116	133.333
800	1.080	1.600	0.003750	0.0132	266.666
1200	1.120	1.400	0.002500	0.0148	400.000
1400	1.140	1.300	0.002143	0.0156	466.666
1600	1.160	1.200	0.001875	0.0164	533.333
1800	1.180	1.100	0.001666	0.0172	600.000
2000	1.200	1.000	0.001500	0.0180	666.666
2200	1.190	1.050	0.001364	0.0188	666.666
2500	1.175	1.125	0.001200	0.0200	666.666

Tabel 2 Sifat-sifat minyak dan gas sebagai fungsi tekanan



Gambar 6 Permeabilitas relatif minyak-gas



Gambar 7 Perbandingan tekanan pada grid blok sumur antara simulator yang dikembangkan dengan simulator komersial



minyak sebesar 1,6 juta barel selama 2000 hari digunakan sebagai konstrain. Simulasi kedelapan skenario tersebut berlangsung dalam kondisi numerikal yang stabil. Efek produksi minyak terhadap rasio perbandingan gas dan minyak (GOR) dapat dilihat pada Gambar 10. Harga produksi GOR yang rendah digunakan sebagai ukuran skenario optimum. Seperti terlihat pada Gambar 10, skenario optimum dicapai oleh respon GOR pada Skenario 3. Untuk skenario ini, harga GOR sekitar 4600 cf/bbl, terendah dibandingkan dengan skenario yang lain.

## V. KESIMPULAN

- 1. Simulator reservoir untuk simulasi perkolasi gas pada reservoir bertenaga dorong gas terlarut telah dikembangkan dalam penelitian ini.
- 2. Simulator yang dikembangkan telah divalidasi dengan simulator komersial. Kedua simulator menunjukkan hasil yang selaras.
- 3. Simulasi berbagai skenario produksi minyak telah dilakukan dan menunjukkan bahwa simulator yang dikembangkan stabil secara numerik selama 2000 hari simulasi minyak bertenaga dorong gas terlarut.
- 4. Pengaruh laju produksi minyak terhadap GOR telah dievaluasi. Dari delapan skenario, terlihat



terhadap GOR



Gambar 10 Berbagai skenario produksi GOR hingga akhir simulasi 2000 hari. Skenario optimum adalah skenario 3 yang menghasilkan harga GOR terendah dibandingkan skenario yang lain.

bahwa skenario optimum dicapai oleh Skenario 3. Maksimum produksi GOR pada skenario ini adalah sekitar 4600 cf/bbb.

## **KEPUSTAKAAN**

- Barrufet, M.A. and White Jr., R.J., 1994. "A Waterflood Model Based Upon Percolation Theory Concepts", Proceeding the III Latin American/ Caribbean Petroleum Engineering Conference, SPE 27018, Buenos Aires, April.
- 2. Coats, K.H., 1968. "A Treatment of the Gas Percolation Problem in Simulation of Three-Dimensional, Three-Phase Flow in Reservoirs", Proceeding the SPE Symposium on Numerical Simulation of Reservoir Performance, SPE 2035, Texas, April.
- Fanchi, J.R., 2001. Principles of Applied Reservoir Simulation, Gulf Professional Publishing, USA.

- 4. McCreary, J.G., 1970. "A Simple Method for Controlling Gas Percolation in Numerical Simulation of Solution Gas Drive Reservoirs", Proceeding the Second Symposium on Numerical Simulation of Reservoir Performance, SPE 2808, Texas, February.
- Usman, 2010. "Pengembangan Simulator Reservoir untuk Evaluasi Perolehan Minyak dengan Teknologi EOR", Lembaran Publikasi LEMIGAS, 44(2): 95-107.
- 6. Zhangxin, C., Guanren, H., and Yuanie, M., 2006. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.