

# Pengembangan Simulator Reservoir untuk Evaluasi Perolehan Minyak dengan Teknologi EOR

Oleh: **Usman Pasarai**

Pengkaji Teknologi pada Pusat Penelitian dan Pengembangan Teknologi Minyak dan Gas Bumi "LEMIGAS"

Jl. Ciledug Raya Kav. 109, Cipulir, Kebayoran Lama, Jakarta Selatan 12230

Tromol Pos : 6022/KBYB-Jakarta 12120, Telepon : 62-21-7394422, +62-21 7222978, Faksimile : 62-21-7246150, +62-21 7222978

e-mail: upasarai@lemigas.esdm.go.id

Teregistrasi I tanggal 10 Mei 2010; Diterima setelah perbaikan tanggal 1 Juli 2010

Disetujui terbit tanggal: 31 Agustus 2010

## S A R I

*Enhanced Oil Recovery (EOR)* adalah suatu teknik peningkatan produksi minyak dengan menginjeksikan fluida ke dalam reservoir untuk mendesak minyak yang masih tersisa ke sumur-sumur produksi. Prediksi respon reservoir terhadap aplikasi suatu teknologi EOR sangat diperlukan sebelum proyek dimulai untuk estimasi keekonomian proyek. Simulasi reservoir adalah cara yang paling efektif dan efisien untuk keperluan prediksi tersebut. Perangkat lunak yang digunakan disebut simulator reservoir.

Model matematik pendesakan minyak dengan teknologi EOR umumnya diselesaikan dengan metode *fully implicit finite difference* pada setiap grid blok. Kelemahan utama metode ini adalah waktu komputasi yang lama. Metode *sequential streamline* dapat menjadi alternatif terhadap *fully implicit finite difference* khususnya bila heterogenitas reservoir dan mobilitas fluida merupakan faktor dominan dalam mekanisme pendesakan. Tulisan ini menggambarkan pengembangan *streamline simulator* untuk *thermal EOR*. Validasi simulator yang dikembangkan dilakukan dengan membandingkan hasil simulasi pendesakan minyak dengan air panas dengan termal simulator komersial. Hasilnya menunjukkan bahwa simulator yang dikembangkan lebih efisien dibandingkan termal simulator komersial.

**Kata kunci:** *thermal EOR*, simulasi reservoir, *finite difference*, *sequential streamline*.

## ABSTRACT

*Enhanced Oil Recovery (EOR)* is a technique for increasing oil production by injecting a fluid or fluids into a reservoir to displace oil to producing wells. Predictions of reservoir response to the application of an EOR technology are considerably necessary before starting the project for in order to estimate the economic profitability. Reservoir simulation is a cost effective way to provide the predictions. The computer simulation system used for this purpose is called the reservoir simulator.

The general tendency in solving the mathematical model of oil displacement in EOR process is to use the *fully implicit grid-based finite difference*. However, this method is limited due to high computational cost. The *sequential streamline-based* method offers a viable alternative to the grid-based model if the reservoir heterogeneity and fluid mobility dominate the displacements mechanisms. This paper describes the development of new *streamline-based simulator* for *thermal EOR*. The developed simulator is validated by comparing the simulation results of oil recovery by means of hot waterflooding with the commercial thermal simulator. The results of the developed simulator show more efficient than the commercial thermal simulator.

**Key words:** *thermal EOR*, reservoir simulation, *finite difference*, *sequential streamline*

## I. PENDAHULUAN

Cadangan minyak terbukti Indonesia per 1 Januari 2009 diperkirakan sebesar 4303 MMstb. Laju produksi rata-rata tahun 2009 adalah 346 MMstb. Dengan asumsi tidak ada penambahan cadangan baru, maka jumlah cadangan yang ada akan habis dalam dua belas tahun ke depan. Penambahan cadangan bisa karena ada penemuan lapangan minyak baru, perubahan status cadangan mungkin dan harapan menjadi cadangan terbukti karena penambahan data, dan atau karena keberhasilan implementasi teknologi pengurusan tahap lanjut.

Teknologi pengurusan tahap lanjut atau *Enhanced Oil Recovery* (EOR) adalah suatu teknik peningkatan produksi minyak dengan menginjeksikan fluida ke dalam reservoir untuk mendesak minyak yang masih tersisa ke sumur-sumur produksi. Prosesnya dapat berlangsung secara kimia fisik. Cadangan yang akan diproduksi dengan teknologi EOR berdasarkan definisi SPE-WPC-AAPG (*Society of Petroleum Engineers, World Petroleum Congresses, American Association of Petroleum Geologists*) dapat dikategorikan sebagai cadangan terbukti bila proyek percontohan yang dilakukan di suatu reservoir atau analog reservoir dengan karakteristik fluida dan batuan yang sama dengan reservoir target menunjukkan keberhasilan dan ada kepastian bahwa proyek tersebut akan berlanjut dalam skala lapangan. Penambahan cadangan terbukti dari suatu aplikasi teknologi EOR perlu diprediksi sebelum proyek dimulai untuk estimasi keekonomian proyek. Simulasi reservoir adalah suatu cara efektif dan murah untuk keperluan prediksi tersebut. Simulasi reservoir dapat juga digunakan untuk prediksi berbagai skenario aplikasi EOR dalam rangka optimasi.

Interaksi antara fluida injeksi dan fluida reservoir dalam proses EOR dapat dimodelkan dengan model matematik aliran fluida dalam media berpori. Jika proses EOR melibatkan energi panas, maka aliran fluida tersebut juga akan dipengaruhi oleh temperatur. Persamaan matematik yang menggambarkan proses tersebut didasarkan pada hukum konservasi massa dan energi yang bentuk-

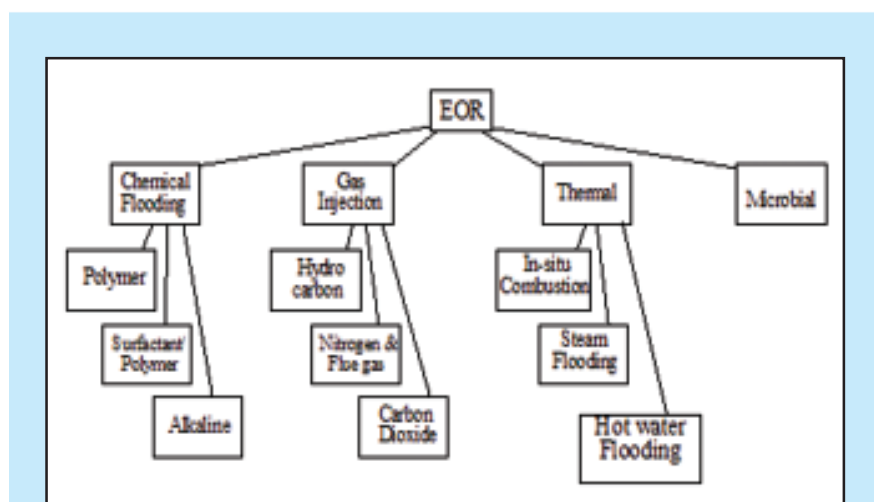
nya adalah persamaan diferensial. Studi detail proses EOR dapat dilakukan dengan membagi reservoir ke dalam sel-sel dan memecahkan persamaan-persamaan diferensial yang menggambarkan perbedaan sifat-sifat fluida dan batuan pada setiap sel sebagai fungsi waktu. Agar dapat diselesaikan dengan program komputer persamaan diferensial tersebut disederhanakan dengan beberapa asumsi. Hasil penyederhanaan membentuk model numerik dan penggunaan komputer untuk memecahkan model numerik dikenal sebagai simulasi numerik. Perangkat lunak ini selanjutnya disebut sebagai simulator reservoir.

Tulisan ini akan menguraikan proses pengembangan simulator reservoir untuk evaluasi penambahan perolehan minyak dari teknologi EOR dengan mengambil kasus injeksi air panas ke dalam reservoir.

## II. LANDASAN TEORI

### A. Teknologi EOR

Teknologi EOR adalah suatu proses injeksi fluida ke dalam reservoir minyak untuk mendesak minyak yang masih tersisa di dalam reservoir ke sumur-sumur produksi. Metode EOR dapat dikelompokkan ke dalam empat kategori utama yaitu: pendesakan dengan kimia (*chemical flooding*), injeksi gas bercampur minyak (*miscible gas injection*), metode panas (*thermal*), dan proses menggunakan bantuan mikroba (*microbial*). Gambar 1 menunjukkan klasifikasi teknologi EOR.



Gambar 1  
Klasifikasi teknologi EOR

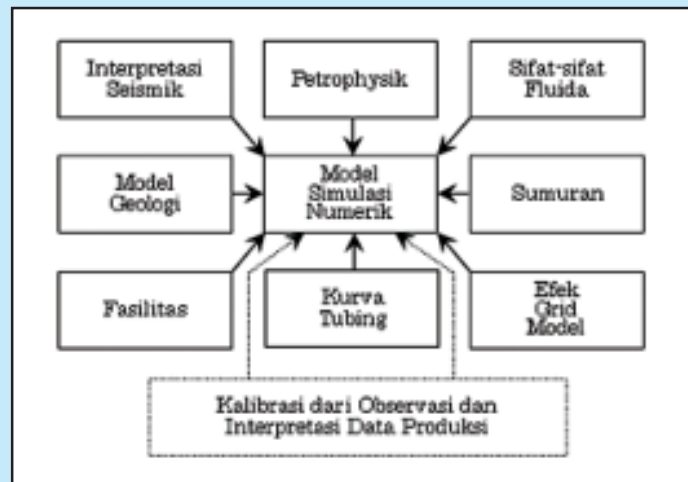
### B. *Pemodelan Reservoir*

Pemodelan reservoir diperlukan dalam konteks pengelolaan reservoir. Pengelolaan reservoir seringkali didefinisikan sebagai alokasi berbagai sumber daya untuk mengoptimalkan perolehan hidrokarbon dari suatu reservoir dengan investasi dan biaya operasional yang seminimal mungkin. Mengoptimalkan perolehan dan meminimalkan biaya seringkali konflik satu sama lain. Perolehan hidrokarbon dapat dioptimalkan jika tidak ada batasan biaya. Sedangkan biaya dapat diminimalkan bila operator suatu lapangan tidak dibebani kewajiban untuk mengelolah sumber daya yang tidak terbarukan ini secara hati-hati. Sampai saat ini, pemodelan reservoir masih diyakini sebagai metode paling handal untuk menentukan kondisi optimum agar kedua hasil tersebut dicapai.

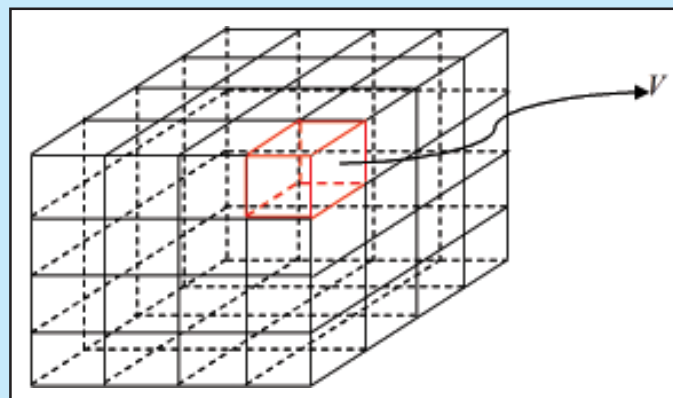
Pemodelan reservoir adalah aplikasi sistem simulasi berbasis komputer untuk mendeskripsikan aliran fluida dalam suatu reservoir. Sistem simulasi komputer umumnya terdiri dari satu atau beberapa program komputer. Sistem simulasi komputer selanjutnya disebut simulator reservoir. Sedangkan masukan data set untuk simulator disebut model reservoir.

Data set yang diperlukan untuk masukan simulator diperoleh dari berbagai disiplin ilmu (Gambar 2). Informasi dari berbagai disiplin ilmu tersebut dikumpulkan dan diintegrasikan selama proses pemodelan. Konsep reservoir yang dibangun dari integrasi data dan informasi dikuantifikasi oleh simulator reservoir.

Simulator reservoir adalah integrator antara berbagai disiplin ilmu dalam proses pemodelan reservoir. Sebagai integrator, simulator adalah filter yang menyeleksi bangun reservoir dari sudut pandang disiplin ilmu yang berbeda. Dengan demikian, *engineer* yang bekerja dengan simulator seringkali menjadi pihak pertama yang mengetahui bila masih ada kekurangan dalam hipotesis tentang deskripsi suatu reservoir.



Gambar 2  
Keterkaitan berbagai disiplin ilmu dalam pemodelan reservoir



Gambar 3  
Simplifikasi reservoir dibagi ke dalam grid-grid untuk pemodelan

### C. *Model Matematik Aliran Fluida dalam Reservoir*

Simulator reservoir tersusun atas program komputer yang berfungsi menyelesaikan persamaan matematik model aliran massa dan energi pada media berpori yang didasarkan pada hukum kekekalan massa dan energi. Hukum kekekalan massa untuk aliran suatu komponen *i* pada media berpori dengan volume *V* (Gambar 3) adalah:

$$\text{laju bersih } i \text{ ke dalam } V + \text{laju sink/source } i \text{ dalam } V = \text{laju akumulasi } i \text{ dalam } V$$

Bila jumlah fase fluida  $n_p$  mengalir dalam media berpori, maka persamaan diferensial untuk pernyataan di atas adalah:

Bila jumlah fase fluida  $n_p$  mengalir dalam media berpori, maka persamaan diferensial untuk pernyataan di atas adalah:

$$-\nabla \cdot \left( \sum_{\alpha=1}^{n_p} u_{\alpha} \rho_{\alpha} w_{i\alpha} + u_D \phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \right) + \sum_{\alpha=1}^{n_p} q_{\alpha} w_{i\alpha} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} \rho_{\alpha} w_{i\alpha} \right) \quad \alpha = g, o, w \quad (1)$$

di mana  $u_{\alpha}$  dan  $u_D$  adalah kecepatan Darcy dan kecepatan difusi yang dapat ditulis sebagai berikut,

$$u_{\alpha} = -\frac{kk_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} \cdot (\nabla p_{\alpha} - \rho_{\alpha} g \nabla D) \quad (2)$$

$$u_D = -D \cdot \nabla w_{i\alpha} \quad (3)$$

Penjelasan tiap notasi dapat dilihat pada Daftar Simbol.

Persamaan (1) dikenal sebagai persamaan komposisional karena persamaan tersebut diaplikasikan untuk setiap komponen yang ada dalam komposisi fluida. Untuk fluida reservoir dengan jumlah  $n_c$  komponen, maka akan ada sejumlah  $n_c$  persamaan diferensial sejenis persamaan (1). Jika setiap fase hanya terdiri satu komponen dan tidak ada pertukaran komponen antar-fase, maka persamaan (1) dapat disederhanakan menjadi persamaan kontinuitas fase. Misal, jika fluida reservoir hanya terdiri atas minyak dan air, maka hanya diperlukan 2 (dua) persamaan diferensial untuk mendeskripsikan aliran fluida dalam reservoir tersebut.

Bila terjadi perubahan temperatur selama aliran, maka diperlukan hukum kekekalan energi selain hukum kekekalan massa untuk mendeskripsikan aliran fluida dan energi yang terjadi dalam reservoir. Hukum kekekalan energi berbunyi,

$$\text{laju bersih energi ke dalam } V + \text{laju sink/source energi dalam } V = \text{laju akumulasi energi dalam } V$$

Persamaan diferensial dari pernyataan hukum kekekalan energi tersebut di atas adalah sebagai berikut:

$$-\nabla \cdot \left( \sum_{\alpha=1}^{n_p} u_{\alpha} \rho_{\alpha} H_{\alpha} \right) + \nabla \cdot (K_h \nabla T) + \sum_{\alpha=1}^{n_p} q_{\alpha} H_{\alpha} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} \rho_{\alpha} U_{\alpha} + (1-\phi) \rho_r C_r T \right) \quad (4)$$

Transfer energi terjadi melalui konveksi lewat fluida yang mengalir dan konduksi melalui batuan reservoir.

Persamaan (1) dan (4) sangat umum dan kompleks. Persamaan tersebut dapat disederhanakan, misal dengan mengurangi mekanisme transfer massa dan panas yang terjadi dan atau mengurangi jumlah komponen atau fase. Ke depan, tantangan pengembang simulator EOR adalah bagaimana kompleksitas model

matematik proses interaksi material injeksi dengan fluida dan batuan reservoir dapat diakomodasikan dalam simulator tanpa mengurangi kecepatan dan akurasi simulator tersebut.

### III. SIMULATOR RESERVOIR UNTUK PENDESAKAN AIR PANAS

Salah satu metode EOR pendesakan panas adalah *hot waterflooding* yaitu pendesakan minyak dengan air panas. Persamaan matematik pendesakan tersebut pada komersial simulator yang saat ini digunakan industri menggunakan metode *fully implicit finite difference*. Dalam tulisan ini persamaan tersebut akan diselesaikan dengan metode *sequential streamline*. Keunggulan metode *sequential streamline* adalah waktu simulasi akan lebih cepat tanpa mengurangi akurasi perhitungan. Metode yang dikembangkan divalidasi dengan membandingkan hasil simulasi antara simulator yang dikembangkan dengan komersial simulator yang digunakan industri.

#### A. Model Matematik Injeksi Air Panas

Persamaan diferensial pendesakan air panas yang digunakan diturunkan dengan asumsi: (1) hanya terdapat 2 (dua) komponen yaitu minyak dan air, (2) komponen minyak tidak larut dalam air, (3) komponen air tidak larut dalam minyak, (4) permeabilitas relatif dan tekanan kapiler bukan fungsi temperatur, dan (5) tidak terjadi perpindahan panas ke dan dari *overburden* dan *underburden*. Dengan asumsi tersebut, hukum kekekalan massa dapat ditulis menjadi,

$$\nabla \cdot k [\rho_w (\lambda_w \nabla p_w - \lambda_{wg} \nabla D)] + q_w = \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_w \rho_w) \quad (5)$$

$$\nabla \cdot k [\rho_o (\lambda_o \nabla p_o - \lambda_{og} \nabla D)] + q_o = \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_o \rho_o) \quad (6)$$



Persamaan kecepatan Darcy (2) telah digunakan dalam merumuskan persamaan (5) dan (6). Total konservasi energi ditulis menjadi,

$$\nabla \cdot k[\rho_w H_w (\lambda_w \nabla p_w - \lambda_{wg} \nabla D) + \rho_o H_o (\lambda_o \nabla p_o - \lambda_{og} \nabla D)] + \nabla \cdot (K_h \nabla T) + q_w H_w^w + q_o H_o^w = \frac{\partial}{\partial t} [\phi (S_w \rho_w U_w + S_o \rho_o U_o) + (1 - \phi) \rho_r C_r T] \quad (7)$$

di mana superskrip  $w$  adalah untuk sumur. Mobilitas fasa ( $\lambda_a$ ) dan mobilitas gravitasi masing-masing fase ( $\lambda_{ag}$ ) didefinisikan sebagai berikut,

$$\lambda_a = \frac{k_{ra}}{\mu_a} \quad (8)$$

$$\lambda_{ag} = \frac{k_{ra} \rho_a g}{\mu_a} \quad (9)$$

Konstrain dan persamaan berikut digunakan untuk melengkapi sistem yang diberikan oleh persamaan (5), (6), dan (7).

- Jumlah saturasi minyak dan air adalah satu:

$$S_o + S_w = 1$$

- Korelasi tekanan fase minyak dan air adalah:  $p_w = p_o - P_{cow}$ , di mana tekanan kapiler  $P_{cow}$  adalah fungsi saturasi air.

- Relatif permeabilitas air merupakan fungsi saturasi air:  $k_{rw} = k_{rw}(S_w)$

- Densitas masing-masing fase dihitung dengan korelasi berikut:

$$\rho_a(p, T) = \rho_a^{sc} \cdot \exp[c_a(p_a - p_{sc}) - d(T - T_{sc}) - 0.5b(T^2 - T_{sc}^2)] \quad (10)$$

- Viskositas dihitung dengan persamaan berikut:

$$\mu_a = a_{vis} \cdot \exp(b_{vis}/T)$$

- Entalpi gas, minyak, dan air dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$C_g(T) = c_1 + c_2 T + c_3 T^2 + c_4 T^3, \quad (11a)$$

$$H_v(T) = h_v(T_{cr} - T)^{ev}, \quad (11b)$$

$$H_g(T) = \int_{T_{ref}}^T C_g(T) dT, \quad (11c)$$

$$H_a(T) = H_g(T) - H_v(T) \quad (11d)$$

- Energi dalam dihitung dengan formula berikut:

$$U_a = H_a - p_a / \rho_a$$

- Porositas adalah fungsi tekanan:

$$\phi = \phi_{ref} \cdot \exp(c_r(p - p_{ref}))$$

Kondisi batas yang diperlukan dalam menyelesaikan persamaan (5) hingga (7) didefinisikan di sumur-sumur injektor dan produser. Persamaan laju alir massa per satuan volum,  $q_a$  dari lapisan  $k$  di suatu sumur adalah,

$$q_a = \sum_{k=1}^{n_l} T_{ak}^w \left[ p_{k^*}^w - p_{ak} + 0.5 \sum_{l=k^*+1}^k (\gamma_{l-1} + \gamma_l)(D_l - D_{l-1}) \right] \quad (12)$$

dengan ketentuan,

$$T_{ak}^w = \frac{2\pi k_{e,k} \Delta z_k}{\ln \frac{r_{e,k}}{r_{w,k}} + s_k} \frac{k_{ra} \rho_a}{\mu_a}; \quad \gamma_l = \frac{\lambda_{ag,l}}{\lambda_{a,l}} \quad (13)$$

$$k_{e,k} = (k_x/k_y)_k^{1/2}; \quad r_{e,k} = 0.28 \left[ \frac{[(k_y/k_x)^{1/2} \Delta x^2 + (k_x/k_y)^{1/2} \Delta y^2]^{1/2}}{(k_y/k_x)^{1/4} (k_x/k_y)^{1/4}} \right]_k \quad (14)$$

Parameter yang tidak diketahui dari persamaan (12) adalah  $q_a$  bila tekanan alir dasar sumur diketahui atau  $p_{k^*}^w$  bila total laju alir suatu sumur diketahui.

Dalam simulator reservoir komersial yang digunakan industri saat ini, persamaan (5), (6), (7), dan (12) diselesaikan simultan pada tiap grid sel dalam koordinat 3 dimensi (3D) berdasarkan metode *finite difference*. Sedangkan metode yang dikembangkan dalam tulisan ini adalah menyelesaikan persamaan (5), (6), dan (12) secara bersamaan dalam koordinat 3D dengan metode *finite difference* diikuti dengan menyelesaikan persamaan (7) dalam koordinat *streamline* 1 dimensi (1D). Berikut akan dibahas transformasi koordinat 3D ke koordinat *streamline* 1D.

## B. Metode Streamline

Konsep penting dari *streamline* simulasi adalah *time-of-flight* yaitu waktu yang diperlukan oleh suatu partikel untuk mencapai suatu jarak tertentu dalam *streamline* berdasarkan total vektor kecepatan sepanjang *streamline*. Meski diukur dalam satuan

waktu, variabel *time-of-flight* merepresentasikan koordinat jarak. Secara matematik, *time-of-flight* adalah:

$$\tau(s) = \int_0^s \frac{\phi(\zeta)}{|u_t(\zeta)|} d\zeta \quad (15)$$

Persamaan (15) menunjukkan bahwa permeabilitas dan porositas batuan serta total mobilitas fluida dalam media berpori 3D dapat direpresentasikan oleh  $\tau$  koordinat. Persamaan (15) dapat juga ditulis dalam bentuk berikut:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \zeta} = \frac{\phi}{|u_t|} \Rightarrow |u_t| \frac{\partial}{\partial \zeta} = \phi \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (16)$$

Dengan mengetahui total vektor kecepatan dalam media 3D  $(x,y,z)$ :

$$|u_t| = \frac{d\zeta}{dt} = \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = u_t \cdot \nabla \zeta \quad (17)$$

dengan ketentuan adalah gradien operator 3D,

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \quad (18)$$

di mana  $i, j, k$  adalah vektor satuan arah  $x, y, z$ .

Substitusi persamaan dari persamaan (17) ke dalam persamaan (16) menghasilkan,

$$u_t \cdot \nabla \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} = \phi \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (19)$$

Persamaan (19) dapat ditulis ulang menjadi,

$$u_t \cdot \nabla = \phi \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (20)$$

Persamaan (20) adalah operator untuk transformasi persamaan aliran fluida dalam koordinat 3D ke dalam persamaan 1D sepanjang streamline dan merupakan konsep dasar streamline simulasi.

Konstruksi streamline dalam media berpori 3D menggunakan algoritma Pollock. Asumsi dasar algoritma Pollock adalah komponen kecepatan tiap sisi bervariasi secara linear terhadap komponen kecepatan pada sisi yang berlawanan. Jadi,

$$v_x = v_{x,o} + a_x(x - x_o); \quad a_x = \frac{v_{x,\Delta x} - v_{x,o}}{\Delta x}, \quad (21a)$$

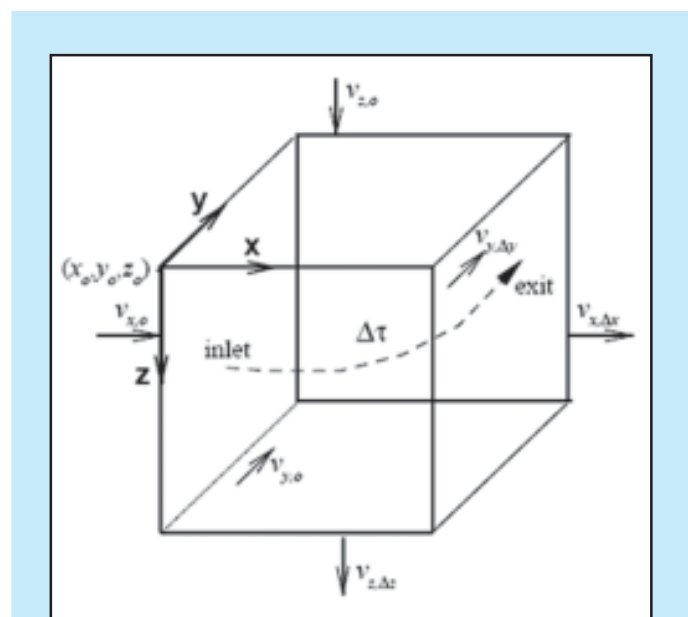
$$v_y = v_{y,o} + a_y(y - y_o); \quad a_y = \frac{v_{y,\Delta y} - v_{y,o}}{\Delta y}, \quad (21b)$$

$$v_z = v_{z,o} + a_z(z - z_o); \quad a_z = \frac{v_{z,\Delta z} - v_{z,o}}{\Delta z}, \quad (21c)$$

Gambar 4 menunjukkan skematik variabel yang digunakan dalam persamaan (21) di atas. Trayek *streamline* dan *time-of-flight* dalam suatu sel dihitung dari integral kecepatan di masing-masing sisi sel tersebut. Misal, arah- $x$ ,  $v_x = dx/dt$ ,

$$\frac{dx}{dt} = v_{x,o} + a_x(x - x_o) \Rightarrow \int_0^{\Delta t_{t,x}} dt = \int_{x_i}^{x_f} \frac{\Delta x}{v_{x,o} + a_x(x - x_o)}, \quad (22)$$

Persamaan (22) berlaku juga untuk arah- $y$  dan  $-z$ . Integrasi persamaan (22) menghasilkan waktu yang diperlukan oleh partikel melintas dari satu sisi ke sisi lainnya, misal pada sisi  $x$ . Demikian juga untuk arah- $y$  dan  $-z$  sehingga diperoleh,



Gambar 4  
Skematik trayektori *streamline* dalam sel 3D

$$\Delta t_{e,x} = \frac{1}{a_x} \ln \left\{ \frac{v_{x,o} + a_x (x_e - x_o)}{v_{x,o} + a_x (x_i - x_o)} \right\}, \quad (23a)$$

$$\Delta t_{e,y} = \frac{1}{a_y} \ln \left\{ \frac{v_{y,o} + a_y (y_e - y_o)}{v_{y,o} + a_y (y_i - y_o)} \right\}, \quad (23b)$$

$$\Delta t_{e,z} = \frac{1}{a_z} \ln \left\{ \frac{v_{z,o} + a_z (z_e - z_o)}{v_{z,o} + a_z (z_i - z_o)} \right\}, \quad (23c)$$

dengan ketentuan  $i$  untuk sisi masuk,  $e$  untuk sisi keluar, dan  $o$  adalah posisi awal.

Sisi di mana *streamline* keluar dari sel 3D adalah sisi dengan  $\Delta t_e$  terkecil yang dihitung dari persamaan (23a) hingga (23c). Dengan menggunakan  $\Delta t_e$  terkecil, lokasi titik keluar *streamline* dapat ditentukan dengan persamaan berikut,

$$x_e = \frac{1}{a_x} (v_{x,i} \exp\{a_x \Delta t_e\} - v_{x,o}) + x_o, \quad (24a)$$

$$y_e = \frac{1}{a_y} (v_{y,i} \exp\{a_y \Delta t_e\} - v_{y,o}) + y_o, \quad (24b)$$

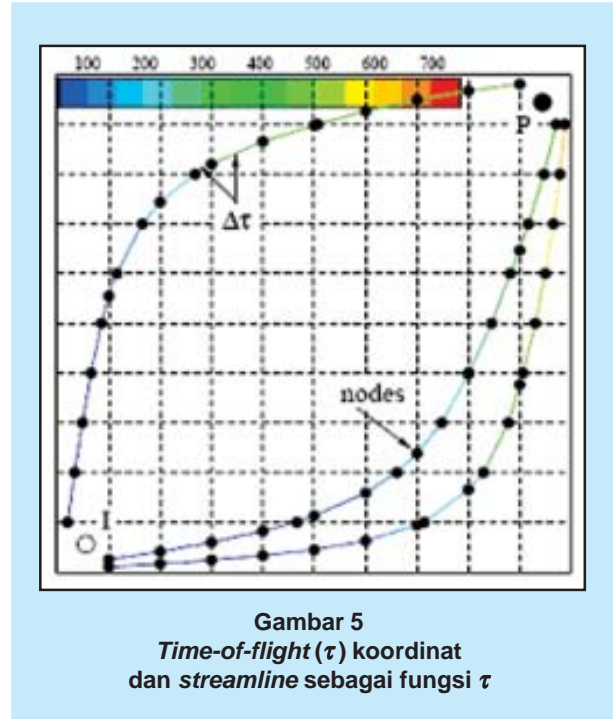
$$z_e = \frac{1}{a_z} (v_{z,i} \exp\{a_z \Delta t_e\} - v_{z,o}) + z_o, \quad (24c)$$

Perhitungan di atas diulang dari sel ke sel mulai dari sel sumur injektor hingga sel sumur produksi. *Time-of-flight* dihitung secara analitik menggunakan persamaan (23),

$$\tau = \sum_{i=1}^{n_{gb}} \Delta t_{e,i} \quad (25)$$

dengan ketentuan  $\Delta t_{e,i}$  adalah *time-of-flight* melalui sel  $i$  dan  $n_{gb}$  adalah jumlah sel yang dilalui oleh *streamline* tersebut.

*Streamline* bertolak dari sel sumur injektor. Dengan asumsi bahwa laju volumetrik yang keluar dari masing-masing sisi sel tersebut adalah sama, maka laju volumetrik awal masing-masing *streamline* dapat dihitung dengan formula berikut,



Gambar 5  
*Time-of-flight* ( $\tau$ ) koordinat dan *streamline* sebagai fungsi  $\tau$

$$Q_{sl} = \frac{Q_f}{n_{sf}} \quad (26)$$

dengan ketentuan  $Q_f$  adalah laju volumetrik untuk tiap sisi sel, dan  $n_{sf}$  adalah jumlah *streamline* yang bertolak dari sisi tersebut. Tiap sel paling sedikit harus dilewati satu *streamline*. Jika tidak ada *streamline* yang melewati aktif sel, maka sebuah *streamline* akan diberangkatkan dari pusat sel tersebut dan berhenti setelah mencapai sel yang berisi *streamline*. Gambar 5 menampilkan *time-of-flight* koordinat sepanjang *streamline* untuk media 2D.

### C. Teknik Penyelesaian Persamaan

Gagasan metode sequential *streamline* adalah memisahkan persamaan aliran dan transpor kemudian kedua persamaan tersebut diselesaikan secara sequensial. Model aliran pendesakan minyak dengan air panas yang diberikan oleh persamaan (5) dan (6) diselesaikan terlebih dahulu dengan metode *finite difference* dalam sistem koordinat kartesian dengan menggunakan kondisi batas dari persamaan (12).

Bentuk residual diskritisasi ketiga persamaan tersebut dalam domain 2D dengan metode *finite difference* adalah,

$$R_{w,i,j}^{v+1} = TX_{w,j-\frac{1}{2}}^{v+1} (p_{i-1,j}^{v+1} - p_{i,j}^{v+1}) + TX_{w,j+\frac{1}{2}}^{v+1} (p_{i+1,j}^{v+1} - p_{i,j}^{v+1})$$

$$\begin{aligned}
 &+TY_{w,j-\frac{1}{2}}^{v+1}(p_{i,j-1}^{v+1} - p_{i,j}^{v+1}) + TY_{w,j+\frac{1}{2}}^{v+1}(p_{i,j+1}^{v+1} - p_{i,j}^{v+1}) \\
 &- \frac{V_b}{\Delta t} [(\phi S_{w\rho_w})_{i,j}^{v+1} - (\phi S_{w\rho_w})_{i,j}^n] + q_{w,i,j}^{v+1} = 0
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

untuk fasa air dan,

$$\begin{aligned}
 R_{o,i,j}^{v+1} &= TX_{o,i-\frac{1}{2}}^{v+1}(p_{i-1,j}^{v+1} - p_{i,j}^{v+1}) + TX_{o,i+\frac{1}{2}}^{v+1}(p_{i+1,j,k}^{v+1} - p_{i,j}^{v+1}) \\
 &+ TY_{o,j-\frac{1}{2}}^{v+1}(p_{i,j-1}^{v+1} - p_{i,j}^{v+1}) + TY_{o,j+\frac{1}{2}}^{v+1}(p_{i,j+1}^{v+1} - p_{i,j}^{v+1}) \\
 &- \frac{V_b}{\Delta t} [(\phi S_{o\rho_o})_{i,j}^{v+1} - (\phi S_{o\rho_o})_{i,j}^n] + q_{o,i,j}^{v+1} = 0
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

untuk fase minyak. Bentuk residual untuk persamaan aliran di sumur bila diketahui total laju alir adalah,

$$R_{s,i,j}^{v+1} = (T_w^w + T_o^w)_{o,i,j}^{v+1}(p_{k^*}^{w+1} - p_{i,j}^{v+1}) - q_{t,i,j}^{v+1} = 0
 \tag{29}$$

dengan ketentuan  $q_t = q_w + q_o$ . Transmissibilitas, misal untuk arah-x dihitung dengan formula berikut,

$$TX_{\alpha,i\pm\frac{1}{2}} = (T_g T_\alpha)_{i\pm\frac{1}{2}}
 \tag{30a}$$

$$T_{g,i\pm\frac{1}{2}} = \frac{2}{\left(\frac{\Delta x}{kA}\right)_i + \left(\frac{\Delta x}{kA}\right)_{i\pm 1}}
 \tag{30b}$$

$$T_{g,i\pm\frac{1}{2}} = \frac{2}{\left(\frac{\Delta x}{kA}\right)_i + \left(\frac{\Delta x}{kA}\right)_{i\pm 1}}
 \tag{30c}$$

$$T_\alpha = \left(\frac{k_{r\alpha}\rho_\varepsilon}{\mu_\alpha}\right)_{i\pm\frac{1}{2}}$$

Hasil diskritisasi selanjutnya dilinerisasi dengan metode Newton-Raphson. Bentuk linearisasi persamaan (27) – (29) dengan parameter  $p$ ,  $S_w$ , dan  $p_{k^*}^w$  sebagai parameter yang akan dihitung

sebagai fungsi waktu adalah,

$$\sum_m \left[ \left(\frac{\partial R_{w,l}}{\partial p_m}\right)^v \delta p_m + \left(\frac{\partial R_{w,l}}{\partial S_{w,m}}\right)^v \delta S_{w,m} \right] + \left(\frac{\partial R_{w,l}}{\partial p_l}\right)^v \delta p_l + \left(\frac{\partial R_{w,l}}{\partial S_{w,l}}\right)^v \delta S_{w,l} = -R_{w,l}^v
 \tag{31}$$

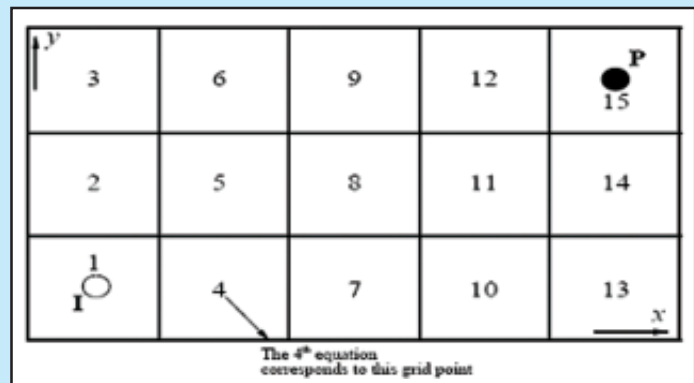
$$\sum_m \left[ \left(\frac{\partial R_{o,l}}{\partial p_m}\right)^v \delta p_m + \left(\frac{\partial R_{o,l}}{\partial S_{w,m}}\right)^v \delta S_{w,m} \right] + \left(\frac{\partial R_{o,l}}{\partial p_l}\right)^v \delta p_l + \left(\frac{\partial R_{o,l}}{\partial S_{w,l}}\right)^v \delta S_{w,l} = -R_{o,l}^v
 \tag{32}$$

$$\left(\frac{\partial R_{s,l}}{\partial p_{k^*}^w}\right)^v \delta p_{k^*}^w + \left(\frac{\partial R_{s,l}}{\partial p_l}\right)^v \delta p_l + \left(\frac{\partial R_{s,l}}{\partial S_{w,l}}\right)^v \delta S_{w,l} = -R_{s,l}^v
 \tag{33}$$

dengan ketentuan  $l$  adalah nomor sel,  $m$  adalah semua sel aktif yang berhubungan dengan sel  $l$ ,  $v$  adalah bilangan iterasi Newton, dan  $\delta X = X^{v+1} - X^v$  di mana  $X$  adalah parameter  $p$ ,  $S_w$ , dan  $p_{k^*}^w$ . Bentuk matriks persamaan (31) hingga (33) untuk sistem grid seperti Gambar 6 yang memiliki jumlah sel 15 diberikan dalam Gambar 7.  $J$  adalah Jacobian matrix.

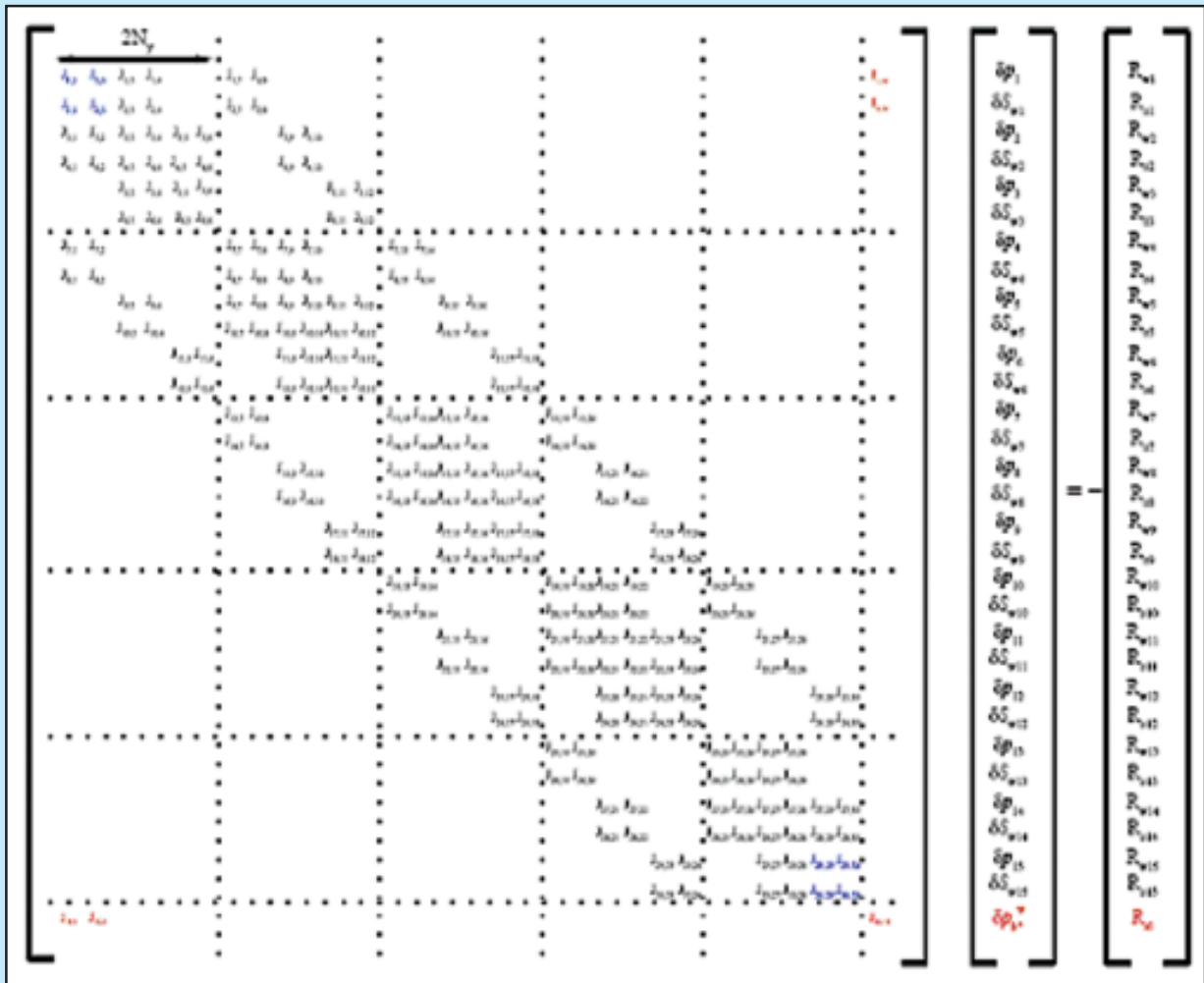
Dalam contoh ini, setiap sel terdiri dari submatriks 2 x 2 yang merepresentasikan derivasi persamaan aliran residual pada sel tersebut terhadap parameter yang akan dicari, yaitu  $(p, S_w)$ . Submatriks tersebut diekspresikan oleh persamaan derivasi berikut,

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial R_w}{\partial p} & \frac{\partial R_w}{\partial S_w} \\ \frac{\partial R_o}{\partial p} & \frac{\partial R_o}{\partial S_w} \end{pmatrix}
 \tag{34}$$



Gambar 6  
Sistem sel grid 3 x 5 dalam 2D areal diurut berdasarkan indeks-j





Gambar 7  
Struktur *Jacobian matrix* untuk model pendesakan minyak oleh air panas dalam domain 2D dengan sistem sel grid pada Gambar 6

Jadi, tiap grid dari *Jacobian matrix* terdiri atas  $6 \times 6$  (atau  $2N_y \times 2N_y$ ) dengan jumlah grid baris sebanyak 5 (atau  $N_x$ ).

Setelah tekanan di masing-masing sel diketahui dari hasil penyelesaian persamaan (34), langkah berikutnya adalah menentukan total kecepatan Darcy pada batas antar-sel yang akan digunakan dalam menentukan trayektori *streamline*. Persamaan Darcy antara dua titik pusat sel adalah,

$$u_{i+\frac{1}{2}} = \frac{(T_g \lambda_t)_{i+\frac{1}{2}}}{A_{i+\frac{1}{2}}} (p_{i+1} - p_i); \quad \lambda_t = \lambda_w + \lambda_o \quad (35)$$

dengan ketentuan total mobilitas fase didefinisikan,

$$\lambda_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \lambda_{i+1} & \text{if } \Delta_x p > 0 \\ \lambda_i & \text{if } \Delta_x p < 0 \end{cases} \quad (36)$$

dan  $A_{i\pm 1/2}$  adalah luas penampang permukaan antarmuka sel. Persamaan yang sama dapat diturunkan untuk antarmuka sel  $i - \frac{1}{2}$ . Kecepatan hasil persamaan (35) selanjutnya dibagi harga porositas di sel bersangkutan. Kecepatan hasil pembagian tersebut digunakan dalam persamaan (23) dan (24) untuk menentukan trayektori *streamline*.

Setelah trayektori semua *streamline* diperoleh, langkah selanjutnya adalah menyelesaikan persamaan (7) sepanjang *streamline*. Untuk itu, persamaan (7) perlu dinyatakan terlebih dahulu dalam koordinat *time-of-flight*. Persamaan (7) dapat ditulis ulang menjadi,

$$\phi \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (F u_t) = q_w H_w + q_o H_o \quad (37)$$

dengan ketentuan  $E$  adalah total energi per satuan volume yang dapat ditulis,

$$E = S_w \rho_w U_w + S_o \rho_o U_o + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r C_r T \quad (38)$$

dan  $F$  adalah laju perpindahan energi secara konveksi yang didefinisikan sebagai,

$$(39)$$

Fraksi aliran fase  $a, f_a$ , adalah,

$$f_a = \frac{\lambda_a}{\lambda_t} \quad (40)$$

Operator *divergence* ( $\nabla$ ) dalam persamaan (37) dapat diurai menjadi,

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{F}{\phi} \nabla \cdot u_t + \frac{u_t}{\phi} \nabla \cdot F = 0 \quad (41)$$

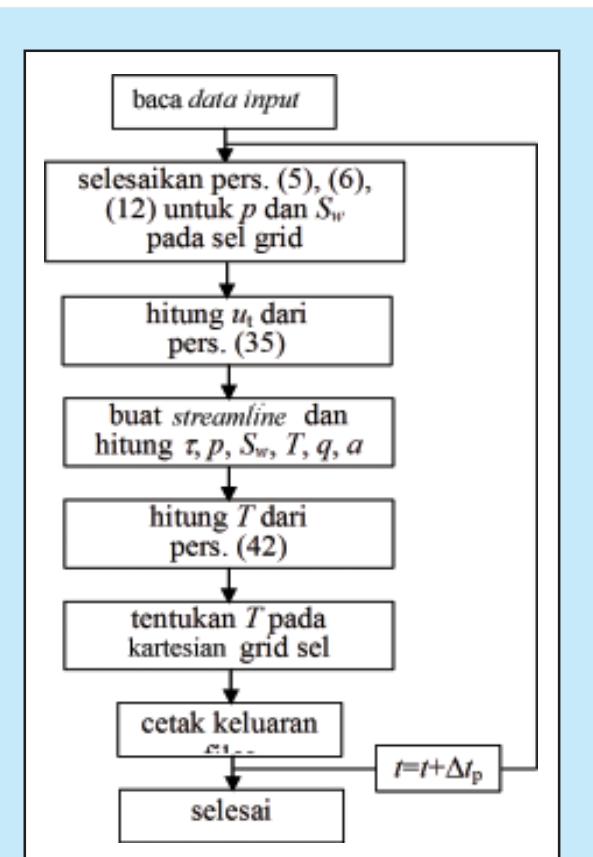
Persamaan (41) berlaku pada sel di luar sumur injektor ( $q_a = 0$ ). Persamaan (20) digunakan untuk transformasi koordinat spasial 3D menjadi koordinat *time-of-flight* 1D menjadi,

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \tau} = - \frac{aF}{\phi} \quad (42)$$

Persamaan (42) diselesaikan secara numerik. Bentuk diskritisasi persamaan tersebut dinyatakan dalam residual adalah,

$$R_{\tau,i}^{v+1} = \frac{1}{\Delta t_{\tau}} (E_i^{v+1} - E_i^v) + \frac{1}{\tau} \left( F_{i+\frac{1}{2}}^{v+1} - F_{i-\frac{1}{2}}^{v+1} \right) + \left( \frac{a_i^{v+1} F_i^{v+1}}{\phi_i^{v+1}} \right) = 0 \quad (43)$$

Nilai variabel antar-sel berdasarkan pada harga pada *upstream* sel. Subskrip  $i$  adalah grid sepanjang *streamline*. Superskrip  $v$  dan  $n$  adalah bilangan iterasi Newton. Linearisasi persamaan (43) berdasarkan metode Newton dengan temperatur sebagai variabel yang tidak diketahui adalah,



Gambar 8  
Diagram alir *streamline* simulator reservoir untuk pendesakan minyak dengan air panas

Solusi persamaan (44) diperoleh secara iteratif. Solusi dianggap konvergen bila perbedaan temperatur antar iterasi,  $\delta T$ , lebih kecil dari nilai konvergensi yang ditoleransi.

Diagram alir simulator reservoir untuk pendesakan minyak oleh air panas yang dikembangkan dalam penelitian ini ditampilkan pada Gambar 8.

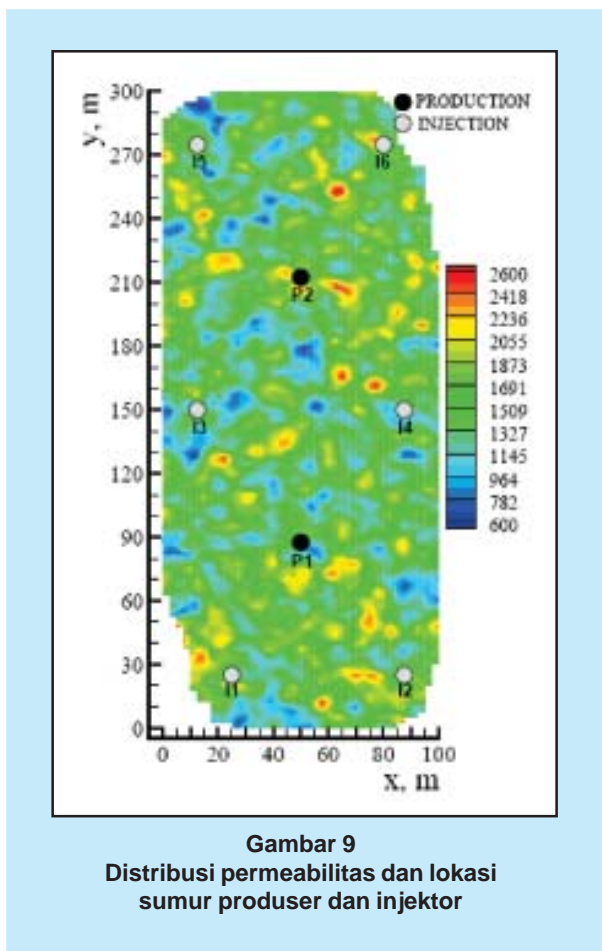
#### IV. VALIDASI SIMULATOR

Simulasi pendesakan minyak berat dengan air panas dalam media berpori heterogen (Gambar 9) telah dilakukan untuk validasi simulator yang dikembangkan. Permeabilitas bervariasi dari 285 mD ke 2987 mD. Dimensi reservoir adalah 100 m dalam arah- $x$  dan 300 m dalam arah- $y$  dengan ketebalan 5 m. Reservoir dibagi 40 x 120 x 1 sel grid

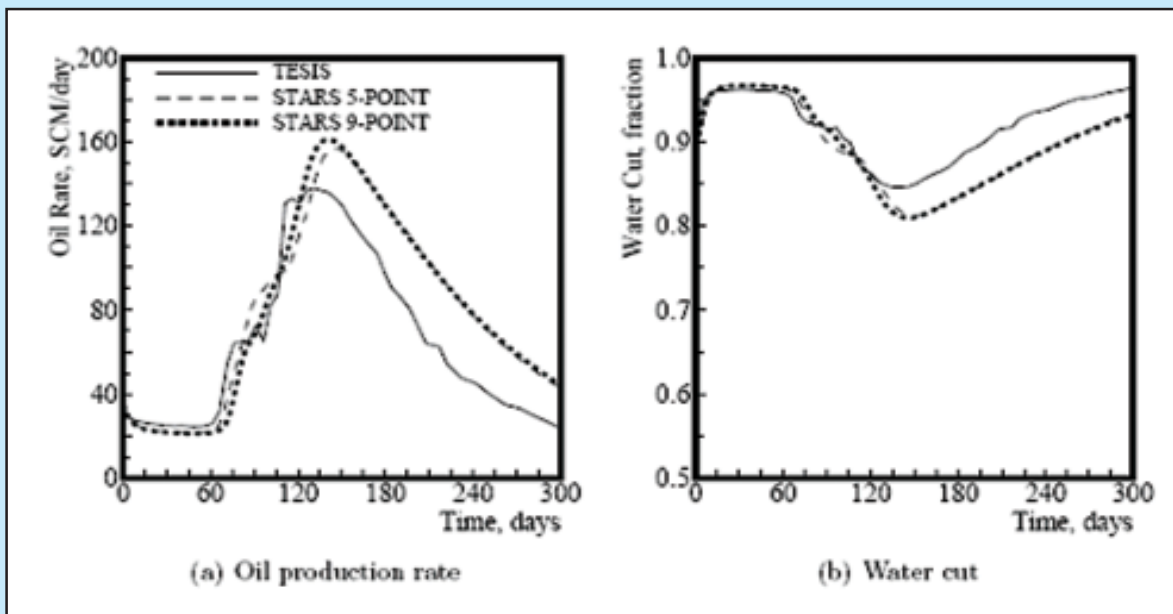
$$(44)$$

(4800 sel) namun hanya 4547 sel yang aktif. Model terdiri atas 2 sumur produksi dan 6 sumur injeksi. Kondisi batas di sumur produksi adalah tekanan alir dasar sumur sebesar 10300 kPa. Sedangkan di sumur injeksi digunakan kondisi batas laju alir 100 m<sup>3</sup>/hari ekuivalen air dingin pada temperatur injeksi 150 °C. Simulator yang dikembangkan dalam penelitian ini selanjutnya disebut TESIS. Validasi dilakukan dengan cara membandingkan hasil TESIS dengan STARS, yaitu termal simulator komersial.

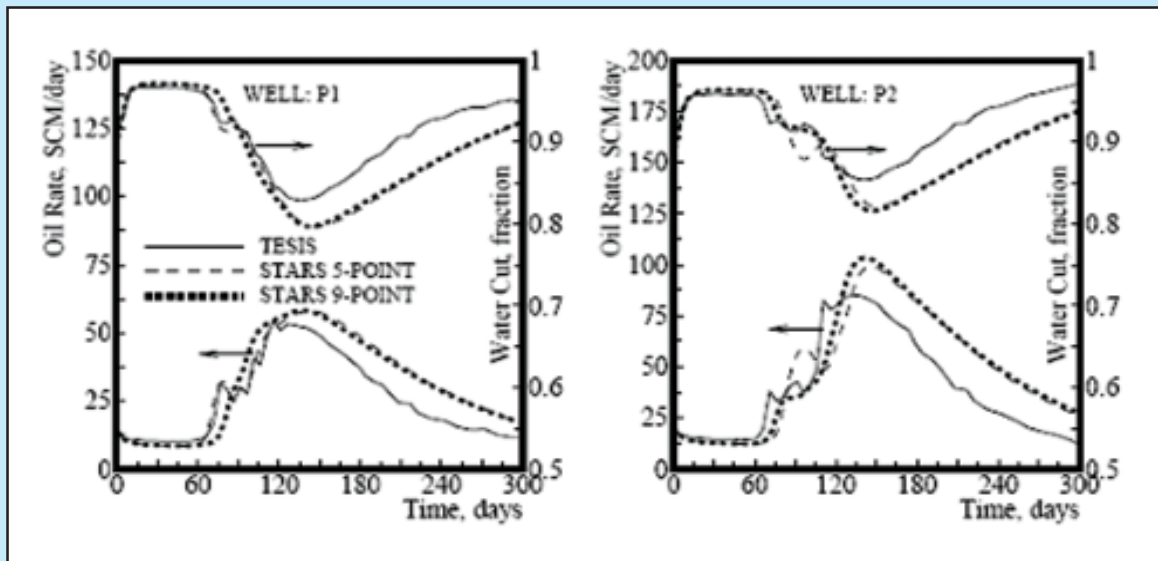
Gambar 10 menampilkan hasil simulasi TESIS dan STARS. Hasil simulasi TESIS dan STARS cukup selaras hingga 120 hari simulasi. Perbedaan signifikan terjadi setelah puncak produksi minyak tercapai. Perbedaan ini disebabkan karena tekanan yang dihitung oleh simulator TESIS lebih rendah dibandingkan simulator STARS sebagai konsekuensi dari metode penyelesaian sekuensial yang digunakan dalam TESIS. Gambar 11 menampilkan kinerja sumur produksi. Produksi minyak terlihat lebih banyak di sumur P2 dibandingkan sumur P1. Hal ini disebabkan karena efek injeksi air panas dari I3, I4, I5, dan I6 terasa di sumur P2. Sedangkan P1 hanya mendapat suntikan dari 2 sumur injektor, yaitu I1 dan I2. Waktu yang diperlukan TESIS untuk simulasi hingga 300 hari adalah 5.29 menit, lebih efisien bila dibandingkan dengan STARS yang memerlukan waktu 11.10 menit



Gambar 9  
Distribusi permeabilitas dan lokasi sumur produser dan injektor



Gambar 10  
Profil produksi lapangan hasil simulasi TESIS dan STARS pada reservoir heterogen



Gambar 11  
Profil produksi sumuran hasil simulasi TESIS dan STARS pada reservoir heterogen

untuk skema diskritisasi 5 poin dan 8.18 menit untuk skema diskritisasi 9 poin.

## V. KESIMPULAN

1. Simulator reservoir untuk evaluasi perolehan minyak dengan injeksi air panas sebagai salah satu teknologi EOR telah dikembangkan.
2. Model matematik pendesakan minyak dengan air panas berdasarkan metode *streamline* telah dikembangkan dan telah diaplikasikan dalam simulator reservoir.
3. Metode sekuensial di mana solusi persamaan aliran diselesaikan terlebih dahulu pada koordinat kartesian 3D diikuti solusi transpor energi pada koordinat *time-of-flight* 1D telah digunakan untuk menyelesaikan model matematik dari proses pendesakan tersebut.
4. Simulator TESIS yang dikembangkan lebih efisien bila dibandingkan dengan komersial simulator STARS.
5. Efisiensi dan akurasi model matematik pendesakan minyak dengan air panas dan metode solusi persamaan tersebut yang diusulkan dalam penelitian ini masih perlu terus disempurnakan. Penelitian dalam bidang ini masih sangat terbatas sehingga terbuka peluang *leading* dalam bidang ini.

## DAFTAR SIMBOL

- $a$  = gradien kecepatan  
 $C_r$  = panas spesifik batuan  
 $f_a$  = fraksi aliran fase  $a$   
 $H_a$  = entalpi fase  $a$   
 $k$  = permeabilitas absolut  
 $k_{ra}$  = permeabilitas relatif fase  $a$   
 $p_k$  = tekanan sel grid pada lapisan  $k$   
 $p_k^w$  = tekanan sumur pada lapisan  $k$   
 $Q_o$  = fluks untuk tiap streamline  
 $q_a$  = *source/sink* laju alir massa per satuan volume  
 $r_e$  = radius pengurasan sumur  
 $r_w$  = radius sumur  
 $s$  = koordinat *streamline* lokal  
 $s_k$  = faktor skin  
 $S_a$  = saturasi fase  $a$   
 $T$  = temperatur  
 $U_a$  = energi dalam fase  $a$   
 $U$  = kecepatan total  
 $u_a$  = kecepatan fase  $a$   
 $t$  = waktu  
 $\Delta t$  = ukuran *time step*

- $x_k$  = ukuran sel grid dalam arah- $x$   
 $\lambda_a$  = mobilitas fase  $a$   
 $\mu_a$  = viscositas fase  $a$   
 $\rho_r$  = densitas batuan  
 $\rho_a$  = densitas fase  $a$   
 $\tau$  = *time-of-flight*  
 $\phi$  = porositas

#### KEPUSTAKAAN

1. Fanchi, J.R., 2001. Principles of Applied Reservoir Simulation, Gulf Professional Publishing, USA.
2. Usman and Arihara, N., 2005. "Development of Streamline-Based Heat Transport Model for Thermal Oil-Recovery Simulation", Journal of the Japan Petroleum Institute, 48(1): 9-2.
3. Computer Modeling Group Ltd., 2003. STARS Version 2003 User's Guide, Calgary.
4. Peaceman, D.W. 1983. "Interpretation of Well-Block Pressure in Numerical Reservoir Simulation with Nonsquare Grid Blocks and Anisotropic Permeability", SPE Journal, 23: 531-569.
5. Pollock, D.W. 1988. "Semianalytical Computation of Path Lines for Finite Difference Methods", Ground Water, 26(6): 743-750.
6. Datta-Gupta, A., and King, M.J. 1995. "A Semianalytical Approach to Tracer Flow Modelling in Heterogeneous Permeable Media", Advance in Water Resources, 18: 9-24.
7. Batycky, R.P. 1997. A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator, PhD. Dissertation, Stanford University.
8. Cheng, H., Osako, I., Datta-Gupta, A., and King, M. J. 2005. "A Rigorous Compressible Streamline Formulation for Two- and Three-Phase Black Oil Simulation", Proceeding the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 96866, Texas, October. <sup>✓</sup>